

OPPORTUNITIES FOR FORMING AESTHETIC CULTURE AMONG STUDENTS THROUGH MATHEMATICS TRAINING

Abstract: This article defends the thesis that the application of appropriate approaches to mathematics training, which incorporates elements of our surrounding reality as: architecture, picturesque paintings, graphics and sculptures of ancient and modern artists, which in a casual and attractive way impart the sense of aesthetics, increase the interest of the students in mathematics, and lead to higher educational and pedagogical results. Specific landmarks have been considered more detail, including mathematical and aesthetic data revealing the law between art and mathematics.

Authors information:

Valentina Nacheva

Master.

Faculty of Mathematics and Informatics

“Bishop Konstantin Preslavski”

University of Shumen, Bulgaria

✉ valentina.nacheva@abv.bg

🌐 Bulgaria

Keywords:

Aesthetics, culture, mathematics training, art.

Изследването е частично финансирано по проект РД-08-164/09.02.2018г. от параграф «Научни изследвания» на ШУ «Епископ Константин Преславски».

Въведение

Проблемът за естетическото възпитание на човешкия индивид води началото си още от Древността и актуалността му е факт и в нашето съвремие. В рамките на този огромен диапазон от време естетическите нагласи, интереси и потребности на представителите на човечеството са се променяли многократно съобразно естетическия идеал, характерен за даден отрязък от време, но присъствието на красотата в човешкия живот и досегът на човека с нея винаги са били необходимост за пълноценното му съществуване. М. С. Каган стига до извода, че „...естетическото възпитание е формиране на естетическо отношение на човека към природата, явленията на обществения живот и изкуството, т.е. към всички области на действителността, тъй като те имат определена естетическа ценност“ [2, с.284]. Постигането на естетическа среда е свързано с търсене на разнообразни и приемливи алтернативи, обезпечаващи достатъчен досег на учащите с естетически обекти, както и даването на достатъчна информация за тях. В тази връзка може да се каже, че математиката, водеща развитието си от дълбока древност, е една добра възможност за осъществяването на естетическото възпитание и постигането на естетическа култура у учениците [2]. В действителност много математици черпят вдъхновение от изкуството и много художници вграждат математика в своите произведения. Виждаме го от историята, която ни показва, че взаимното вдъхновение е съществувало, съществува и днес.

В тази статия изследваме ролята на обучението по математика като неделима част от изкуството и красотата на заобикалящата ни действителност, способстващи за формиране на естетическа култура у учениците.

Изложение

Привлекателното преподаване на математиката е от изключителна важност за създаване на интерес към предмета. Използването на изкуството в обучението по математика е едно много подходящо средство за разнообразяване на учебното съдържание. То прави ученето по-привлекателно и полезно за формиране на естетическа култура и развитие на личността. Неговата полза е значителна за реализиране на принципите за нагледност, достъпност, съзнателност и активност в обучението. Допринася както за провокиране на мисловната дейност, за развитието на творческия потенциал на учениците, за формиране на умения за самостоятелност, така и дава възможност на учащите се да изпитат естетическа наслада от всичко действително хубаво в природата и човешкото творчество, дава им възможност по един различен начин, докосвайки се до творчеството на художника, да възприемат математиката като интересен предмет в училище. Професор М. Газанига в книгата си „Същността на човечеството” подчертава, „Доброто настроение увеличава познавателната гъвкавост и спомага за творческото разрешаване на проблемите“. Други изследователи също смятат, че *положителните емоции благоприятстват обучението по математика [3],[6]*. Невробиолозите твърдят, че заниманията с изкуство, подготвят много добре мозъка за работа с точни науки, като развиват концентрацията и уменията за наблюдателност [8].

Естетическото възпитание, под чието понятие педагогиката разбира възпитаване на способности за точно възприемане, правилно разбиране, вярно оценяване и творческо създаване на красивото в живота, битата и природата се осъществява чрез:

- осигуряване на условия за трудова активност в учебния процес;
- създаване на усет към красивото.

В часовете по математика това може да се осъществи по два начина:

1. чрез показване на вътрешната красота на математиката (чрез търсене на оригинални или рационални решения на училищна задача);
2. чрез показване на външната красота на математиката (приложение на някои математически закономерности, приложения на свойства на геометричните изображения в строителството, архитектурата, приложения на математиката в музиката, в поезията, в изкуството, чрез формиране на усет към красотата на природата и др.) [1].

Нашите представи за красотата от заобикалящата ни действителност, могат да се обяснят със закономерности, които съставляват основата на определени математически понятия – симетрия, периодичност, еднаквост. Изобразителното изкуство и природните забележителности осигуряват изключителни, неизброими примери на математически идеи. Затова сме убедени, че мотивираното използване от учителя по математика на нагледни примери от природата, от живота, от творчеството на художника, ще даде съществен резултат за реализирането на урока по математика по един привлекателен и непринуден начин.

В тази статия ще разгледаме по подробно пряката връзка на математическите компетентности на учениците с формирането на естетиката, като качество у тях.

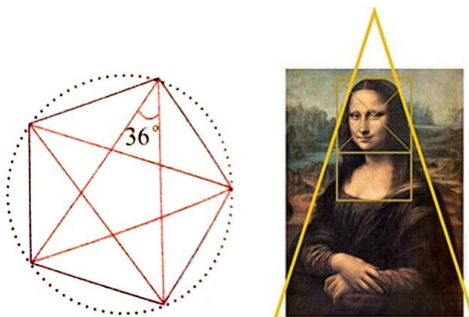
1.Разкриване външната красота на математиката

В съвременните учебници по математика все по-често срещаме задачи вдъхновени от изкуството на различни епохи и култури. Предимствата на внасянето на художествени елементи в учебния материал са многобройни. Така например използването на нагледни примери с реално съществуващи обекти от заобикалящата ни действителност, в които са представени едновременно естетическа и математическа информация, позволява на учениците да опознават достъпно математическата страна на действителността и да намират нейното пряко приложение в математическите задачи. Такива въздействащи спрямо естетическите качества на ученика примери, можем да видим и в най-новите учебници по математика, използвани в Българската образователна система.

Ако разгледаме учебника по математика за 7 клас на издателство „Просвета” с авторски колектив – Ст.Петкова, Ю.Нинова, С.Матакиева, ще видим задачи, чрез които учениците преодоляват противоречието между абстрактността на математиката като наука и конкретността на тяхното мислене, докосвайки се до Древността и красотата в човешкия живот.

В темата "Еднакви триъгълници" в урок за затвърждаване на знанията, в конкретни задачи учениците се запознават едновременно със „златния триъгълник“, „сребърния триъгълник“, и техните свойства, откривайки ги в архитектурни обекти, в символа на питагорейците и в една от най-известните картини в западната история на изкуството - творението на великия Леонардо да Винчи „Мона Лиза“.

Задача. „Златен“ триъгълник се нарича равнобедрен триъгълник, за който отношението между дължината на бедрото и дължината на основата е приблизително $1,6 \left(\approx \frac{5}{3} \right)$. Ъгълът при върха на този триъгълник е 36° . Известната ни петолъчка (пентаграм) е древен символ, образуван от 5 „златни“ триъгълника, вписани в правилен петъгълник, с основи страните на петъгълника (фиг.1а).



Фиг. 1 а

Фиг.1 б

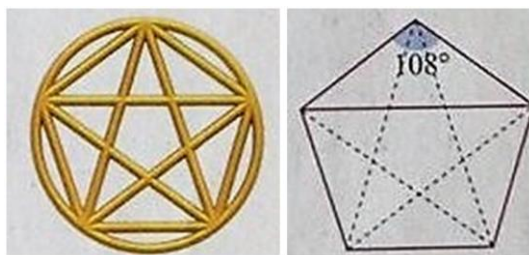
- а) Намерете ъглите при основата на такъв триъгълник
- б) Постройте „златен“ $\triangle ABC$ ($AC=BC$), като използвате транспортир
- в) Постройте ъглополовящата AD ($D \in BC$), на ъгъл BAC

г) Определете вида на $\triangle BAD$ и на $\triangle ADC$

д) На дадената снимка се вижда приложение на този вид триъгълник в изобразителното изкуство (фиг.1б)

Задача. „Сребърен“ триъгълник (фиг.2) се нарича равнобедрен триъгълник, за който отношението между дължината на основата и на бедрото е приблизително $1,6 \left(\approx \frac{5}{3} \right)$.

Ъгълът при върха на този триъгълник е 108° . Известната ни петолъчка (пентаграм) е древен символ, образуван от 5 „сребърни“ триъгълника, вписани в правилен петъгълник, с основи диагоналите на този петъгълник.



Фиг. 2

- а) Намерете ъглите при основата на такъв триъгълник
- б) Постройте „сребърен“ $\triangle ABC$ ($AC=BC$) като използвате транспортир

На страната AB отбележете точка M така, че $AM=AC$. Определете вида на $\triangle AMC$ и $\triangle BMC$.

На снимката (фиг.3) се вижда приложението на този вид триъгълник в архитектурата.



Фиг.3

Друга задача от учебника, представена по различен и интересен начин за учениците, в която се забелязва нейната математическа и естетическа стойност е от темата „Успоредник. Трапец” е:

Задача. Даден правоъгълник $ABCD$ с размери $AB=17\text{cm}$ и $AD=10,5\text{cm}$.

а) Намерете отношението $AB:AD$ с точност до десетите

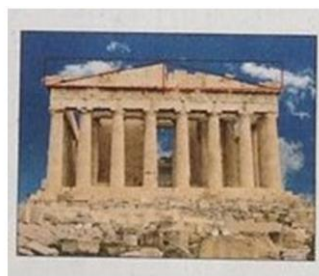
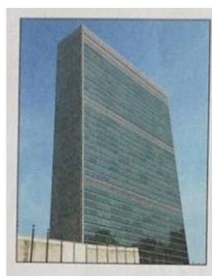
б) Постройте точка $M \in AB$ така, че $AM=6,5\text{ cm}$, и точка $N \in CD$ така, че $CN=10,5\text{cm}$.

Определете вида на четириъгълника $AMND$ и намерете дължините на страните му.

в) Намерете отношението $AD:AM$ с точност до десетите

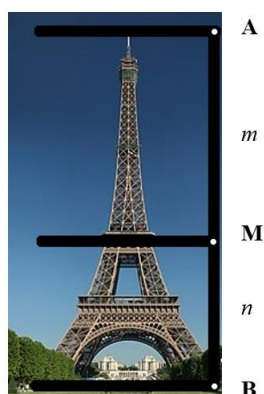
г) Намерете отношението $S_{ABCD} : S_{MBCN}$ с точност до десетите.

Снимките (фиг.4) показват наличие на разглеждания вид правоъгълник с отношение на страните равни на 1,6 в архитектурата.



Фиг.4

След въвеждането на „златното сечение” като понятие в учебниците по математика за 7 клас, авторите на учебника за 8 клас на издателство „Просвета” от 2017 г., смело срещат отново с него учениците, но този път в урок за нови знания. Така например в урока „Деление на отсечка в дадено отношение” от темата „Триъгълник и трапец”, се осъществява плавен преход и приемственост при въвеждане на новото знание, чрез конкретен пример свързан със златното сечение в архитектурата.



В Фигура 5.

Учениците виждат явно неговото приложение и чувството за хармония, което то създава у нас в пример за Айфеловата кула, как отношението на разстоянието от земята до втората тераса към останалата част от кулата е същото като отношението на разстоянието от втората тераса до върха на кулата към цялата ѝ височина (фиг.5). От този пример учениците научават значението на „точка да дели вътрешно/външно дадена отсечка“. Знаят значението на „отношение на отсечки“.

1) $AM:MB=m:n$ или $\frac{AM}{MB} = \frac{m}{n}$, казваме, че М дели вътрешно АВ в отношение m:n,

считано от т.А

2) $AB:BM=m:n$ или $\frac{AB}{BM} = \frac{m}{n}$, казваме, че В дели външно АМ в отношение m:n, считано

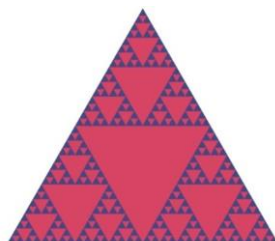
от т.А

Задача. На (фиг.5) е изобразена отсечката АВ и точка М, която я дели вътрешно в отношение 1:4, считано от точка В. Ако $AB=25$ см, намерете дължините на АМ и МВ.

Решение: От $BM:MA=1:4 \Rightarrow$ че $BM=x$ см и $AM=4x$. От $AB=MA+BM$ получаваме

$25=4x + x$. Тогава $x = 5$ см и $BM=5$ см, а $AM=4 \cdot 5=20$ см.

„Фрактал“ е едно сравнително ново понятие в математиката, което обаче също намира приложение в учебника за 8 клас на „Просвета“ от 2017г. с автор К.Банков и колектив. Използван е един от най-популярните фрактали, а именно-триъгълникът на Серпински (фиг.6), с цел въвеждане на новото понятие „средна отсечка в триъгълник“ от темата „Триъгълник и трапец“. Тук освен да се провокира интересът на учениците към фракталите, се дава нагледно и новото определение, което показва, че всеки триъгълник има три средни отсечки .



Фиг.6

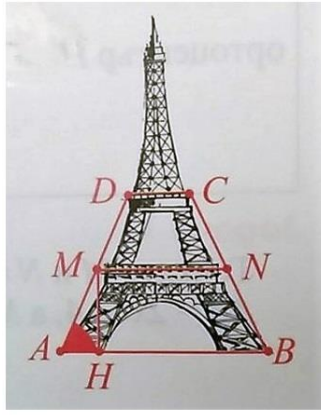
Определение: Отсечка, която свързва средите на две от страните на триъгълник, се нарича **средна отсечка** за този триъгълник.

Задача. Точките F, D и E са средите съответно на страните AC, AB и BC ΔABC . Намерете периметъра на ΔABC , ако $FD=2.3$ см, $DE=1.7$ см и $EF=1.5$ см.

Решение: DE, EF и FD са средни отсечки в ΔABC . Тогава $AC=2DE = 3,4$ см, $AB=2EF=3$ см и $BC=2FD=4.6$ см. Следователно $P_{\Delta ABC}=11$ см.

В годишният преговор авторският колектив поднася на учениците задача, в която умишлено използва отново **златното сечение** и Айфеловата кула, за да затвърди знанията на учениците относно понятието „средна отсечка“ по познат за тях начин, като търси естетическата страна на нещата и разкрива пред тях практическата и теоретическата значимост на изучавания материал:

Задача. Нивото на първия етаж на скицата на Айфеловата кула (фиг.7) можем да считаме за средна отсечка в трапеца, заключен между външните точки на основата на кулата и на втория етаж. На чертежа $AB=124,90$ м, $MN=82,93$ м, $\angle BAM=60^\circ$.



Фиг.7

- а) Намерете дължината на CD .
- б) Намерете дължината на отсечката AM .
- в) Докажете, че в четириъгълника $MNCD$ HE може да се впише окръжност.

Решение:

а) От формулата за средна отсечка в трапец следва, че $82,93 = \frac{124,90 + CD}{2}$. Тогава

$$CD = 40,96 \text{ м.}$$

б) Ако MH е перпендикулярът от M към AB , то дължината на отсечката AN е $AN = \frac{124,90 - 82,93}{2} = 20,985 \text{ м.}$ В правоъгълния $\triangle ANM$ мярката на ъгъл AMN е 30° . Тогава

хипотенузата AM е с дължина $2 \cdot 20,985 = 41,97 \text{ м.}$

в) Докажете, че $MN + CD \neq MD + CN$.

Тези задачи се явяват най-убедителната демонстрация на връзката между математика и естетика, на огромното значение на математическите знания в реалния живот на хората. Чрез съдържанието им учениците се запознават с важни в познавателно отношение факти. Решаването на такива задачи има важно значение и за постигането на плавен преход от действия с конкретни предмети към действия с представите за предметите. Това е много съществено при формирането на математически понятия у учениците. Запознавайки се със съдържанието на задачата, те се запознават с конкретна забележителност, в която са включени математически и естетически данни .

Темата „Геометрични тела” от 6 клас би била по-вълнуващо и интересно поднесена, ако геометричните тела (пирамиди, конуси, призми и т.н.) се представят чрез подбрани архитектурни забележителности от стария и новия свят, чиито външен дизайн включва изучаваните от учениците геометрични тела. Това може да са : Египетските пирамиди(1), Колизеумът в Рим(2), Кулата в Пиза(3), висящият мост в Лондон - Тауър Бридж (4) и т.н., като всеки един обект пленява със своята уникалност, в която личи използването на геометрични тела и сам по себе си би предизвикал естетически чувства у учениците. Освен оценяване на изкуството, те ще използват и различни методи на мислене и познание (анализ, синтез, сравнение, абстрахиране, обобщение и др.), ще открият приложението на математическите знания за пространствените фигури и редица умения, които са свързани с придобиването и развитието на ключови математически и общо културни компетентности на учениците[4]



(1)

(2)

(3)

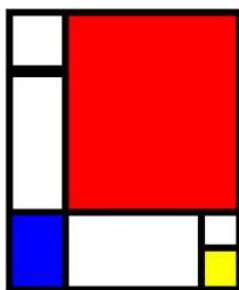
(4)

Пийт Мондриан е холандски художник, който цели да постигне хармония в своите произведения, като съчетава цветове (жълто, синьо и червено) и геометрични форми, способни да предизвикат различни асоциации и емоции. Неговите картини намират приложение в много области на живота - например в модата, в интериора, в дизайна, в екстериора на сгради, при накитите и т.н.:



Картините на Пийт Мондриан и тяхното приложение ще дадат възможност на учениците по един различен начин, докосвайки се до неговото творчество, да възприемат математиката като един интересен предмет в училище.

Задача. Пред вас виждате една картина на Пийт Мондриан, в която червеният правоъгълник има обиколка 35,6см, а дължината му е 98мм. Синият правоъгълник е с размери 4,3см и 3 см.



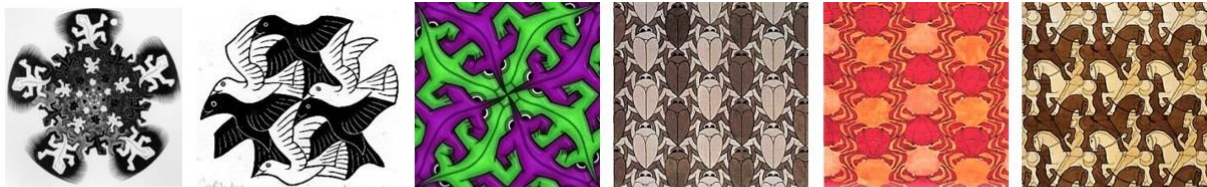
а) Намерете ширината на червения правоъгълник (в см.)

б) Намерете лицето на големия правоъгълник, в който са събрани всички геометрични фигури.

Подходящо е задачата да се реши в темата „Лице на равнинните фигури правоъгълник и квадрат” за затвърждаване на знанията.

Ако се потопим в творчеството на холандския художник-математик Ешер, можем да създадем естествена основа за съставяне на задачи при изучаване на видовете еднаквости в 8 клас.

Задача. Определете какъв вид еднаквост в равнината е използвал Ешер за нарисуването на своите картини (фиг.34) - „Развитие” (1), „Птици”(2), „Гушери”(3), „Бъръмбар”(4), „Рак”(5) и „Конници”(6).



(1) (2) (3) (4) (5) (6)

Описването на математическото съдържание посредством езика на изкуството, може да подпомогне възприемането на информацията по непосредствен, достъпен, нагледно-образен и въздействащ начин, с което изкуството в случая служи и като незаменимо дидактическо средство. Могат да се разработят задачи от различни таксономни нива: за проверка на знанията, за разбиране, за анализ и синтез, но не бива да се прекалява с ползването им, защото те биха загубили своята привлекателност, а оттам и ефективност.

2.Разкриване вътрешната красота на математиката

Рекурентно условие на дадена аритметична задача, представена пред учениците, допринася за визуализирането на тази красота.

Задача. Пресметнете рационално:

а) $(1122+2233+3344+4455+5566+6677+7788+8899):11;$

б) $(111+222+333+444+555+666+777+888+999):11.$

Целесъобразно е задачата да се разгледа при усвояване на темата „Делимост“, за да може да се изясни математическата ѝ същност .

Една задача за повдигане на степен, решена с „триъгълника на Паскал“, би заинтригувала и обогатила знанията на учениците.

Задача. Пресметнете сбора на числата по хоризонтала на всеки ред в триъгълника на Паскал. Всяка една получена сума е равна на едно и също число с различен степенен показател. Намерете степенните показатели.

| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|---|---|----|----|----|----|----|---|---|
| | | | 1 | | | | | | | | |
| | | | 1 | 1 | | | | | | | |
| | | | 1 | 2 | 1 | | | | | | |
| | | | 1 | 3 | 3 | 1 | | | | | |
| | | | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | | | | |
| | | | 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | | | |
| | | | 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 | | |
| | | | 1 | 7 | 21 | 35 | 35 | 21 | 7 | 1 | |
| | | | 1 | 8 | 28 | 56 | 70 | 56 | 28 | 8 | 1 |

Системата от подобни задачи развива творческото мислене на учениците, техните познания и умения, като ги насърчава да се наслаждават на предмета математика, да осъзнаят неговите достойнства и вътрешна красота [7].

Следователно, бихме могли да обобщим, че е необходимо илюстрациите да присъстват в учебниците по математика, за да показват на учениците и красивата страна на математиката. По този начин учениците започват *практически да използват придобитите математически знания*, като осъзнават тяхната значимост и голямата им приложимост.

Заклучение

Съществуват много и различни възможности за формиране на естетическа култура в часовете по математика. В статията разгледахме някои задачи, чрез които се показва истинската красота на математиката и се създава у ученика усет към красивото от заобикалящата го действителност. Мотивираното и правилно използване на обекти от

изкуството, архитектурата и природните забележителности в урока по математика ще подпомогне разбирането и усвояването на учебния материал, ще спомогне за неговото затвърждаване, ще осигури трайност на усвоените математически знания.

References:

1. Ganchev, Iv., Metodika na obuchenieto po matematika (obshta chast), Blagoevgrad, 2002
2. Dimitrov, L. i kolektiv, Teoria na vazpitanieto, S., 2005g.
3. Karakasheva, L. Za polozhitelnite emotsii v obuchenieto po matematika, Godishnik na ShU „Ep. Konstantin Preslavski“, tom XX D, PF, Sh., 2016, s.522-526
4. Mavrova, R., Kirova, P., Za kompetentnostite na uchenitsite pri obuchenieto po matematika, Nauchni trudove na PU „Paisiy Hilendarski“, tom 45, kn.2, Metodika na obuchenieto, Pl., 2008, s. 35-40
5. Chehlarova, T., Sumi i proizvedenia v 5. klas, sp. Matematika i informatika, br.1, Pl., 2005
6. Karakasheva, L., Creating a learning environment which triggers positive emotions in the process of teaching mathematics at school, 56-th Annual Science Conference of Ruse University, 2017, p.236, ISSN 1311-3321
7. www.cphpvb.net/fun/2569-triagalnik-na-paskal/
8. www.fiut.bg/news/index/view/?id=28